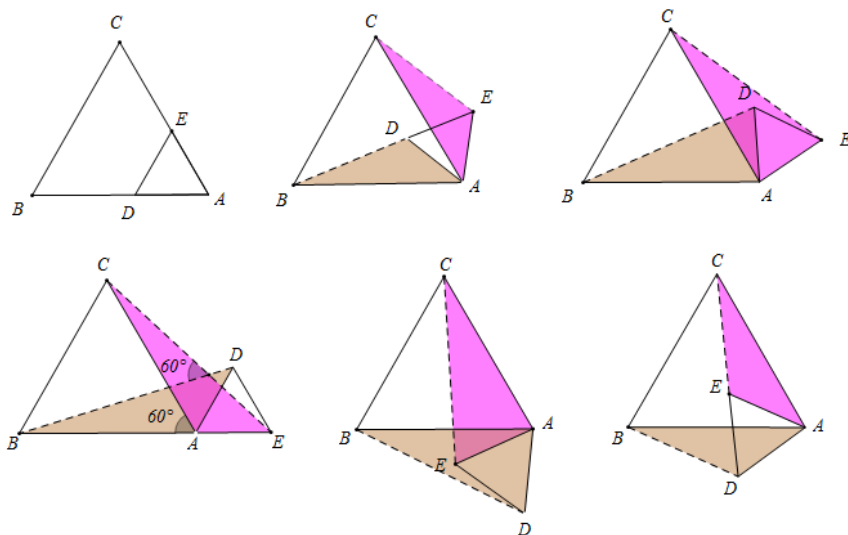


第2讲手拉手模型

一、等边三角形手拉手

 锦囊妙计

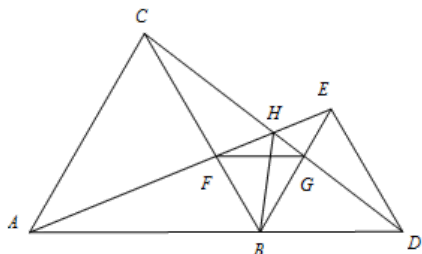
【常见图形】



$\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，由A点引发了两个_____的等边三角形，大手_____, 小手_____, 大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

【结论】：无论旋转多少度，_____, BD 、 CE 所形成的锐角夹角为_____。求 BD 、 CE 所形成的夹角，是利用_____。

$\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 均为等边三角形， ABD 三点共线。



(1) $\triangle ABE \cong \triangle CBD$;

(2) $AE = CD$;

(3) $\angle CHA = 60^\circ$;

(4) $\triangle ABF \cong \triangle CBG$;

(5) $AF = CG$;

(6) $\triangle DBG \cong \triangle EBF$;

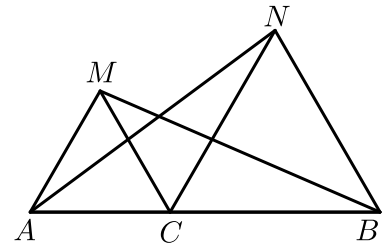
(7) $FE = GD$;

(8) $\triangle FBG$ 为等边三角形;

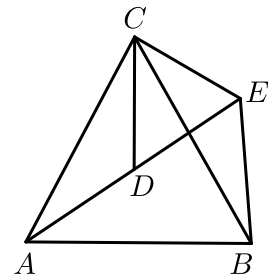
(9) $FG \parallel AD$;

(10) HB 平分 $\angle AHD$ 。

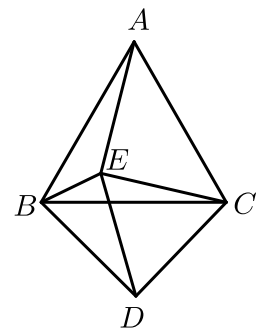
1. 如图， C 在线段 AB 上，在 AB 同侧作等边三角形 $\triangle ACM$ 和 $\triangle BCN$ ，连接 AN ， BM ，若 $\angle MBA = 22^\circ$ ，则 $\angle ANB =$ _____ .



2. 如图， $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等边三角形，点 A 、 D 、 E 在同一条直线上，连接 BE ，则 $\angle AEB$ 的度数是（ ） .



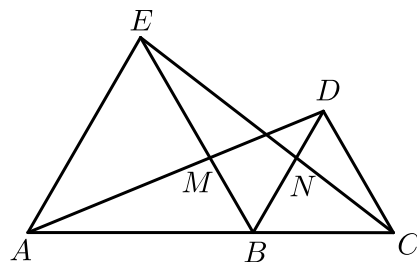
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°
3. 如图，设 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，且 $\angle EBD = 65^\circ$ ，则 $\angle AEB$ 的度数是（ ） .



- A. 115° B. 120° C. 125° D. 130°

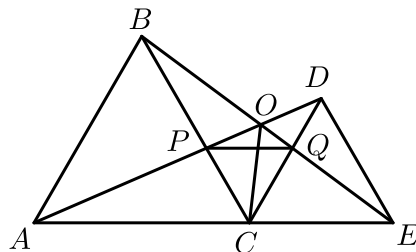
栗子2

4. 如图，已知等边 $\triangle AEB$ 和等边 $\triangle BDC$ 在线段 AC 同侧，则下面错误的是（ ）。



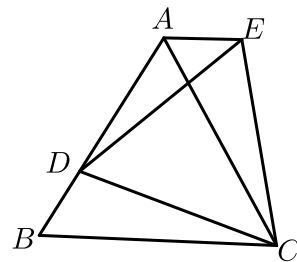
- A. $\triangle ABD \cong \triangle ECB$ B. $\triangle NBC \cong \triangle MBD$ C. $DM = DC$ D. $\angle ABD = \angle ECB$

5. 如图， C 为线段 AE 上一动点（不与点 A 、 E 重合），在 AE 同侧分别作正三角形 ABC 和正三角形 CDE ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连结 PQ ，以下六个结论：
① $AD = BE$ ；② $PQ \parallel AE$ ；③ $AP = BQ$ ；④ $DE = DP$ ；⑤ $\angle AOB = 60^\circ$ ；⑥ CO 平分 $\angle AOE$ ，恒成立的结论有 _____（把你认为正确的序号都填上）。

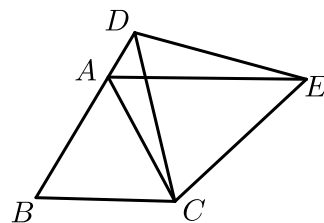


栗子3

6. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 是 AB 边上动点，以 CD 为边，向上作等边 $\triangle EDC$ ，连接 AE 。

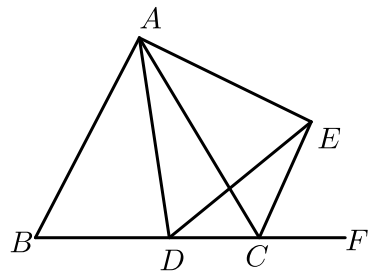


- (1) 求证： $AE \parallel BC$ 。
(2) 若 D 点运动到 BA 延长线上，其它条件不变，是否仍有 $AE \parallel BC$ ？

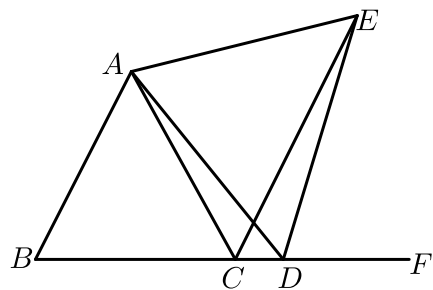


7. 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 D 为直线 BC 上的一动点（点 D 不与 B 、 C 重合），以 AD 为边作等边 $\triangle ADE$ （顶点 A 、 D 、 E 按逆时针方向排列），连接 CE 。

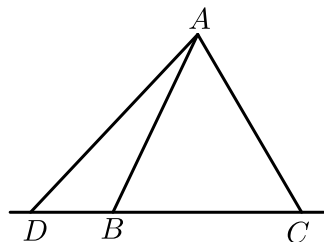
（1）如图，当点 D 在边 BC 上时，求证：① $BD = CE$ ；② $AC = CE + CD$ 。



（2）如图，当点 D 在边 BC 的延长线上且其他条件不变时，结论 $AC = CE + CD$ 是否成立？若不成立，请写出 AC 、 CE 、 CD 之间存在的数量关系，并说明理由。

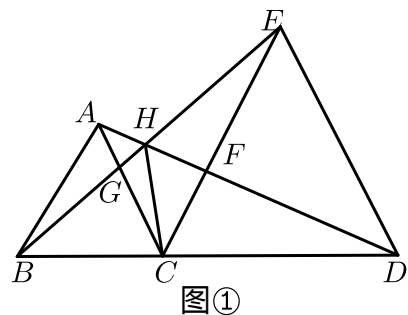


（3）如图，当点 D 在边 BC 的反向延长线上且其他条件不变时，补全图形，并直接写出 AC 、 CE 、 CD 之间存在的数量关系。

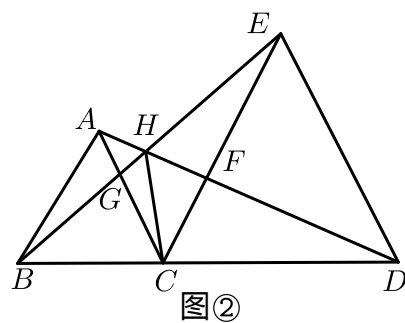


8. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDE$ 均为等边三角形，并且 B, C, D 三点共线。

(1) 如图①，连接 FC ，求证： HC 平分 $\angle BHD$ 。



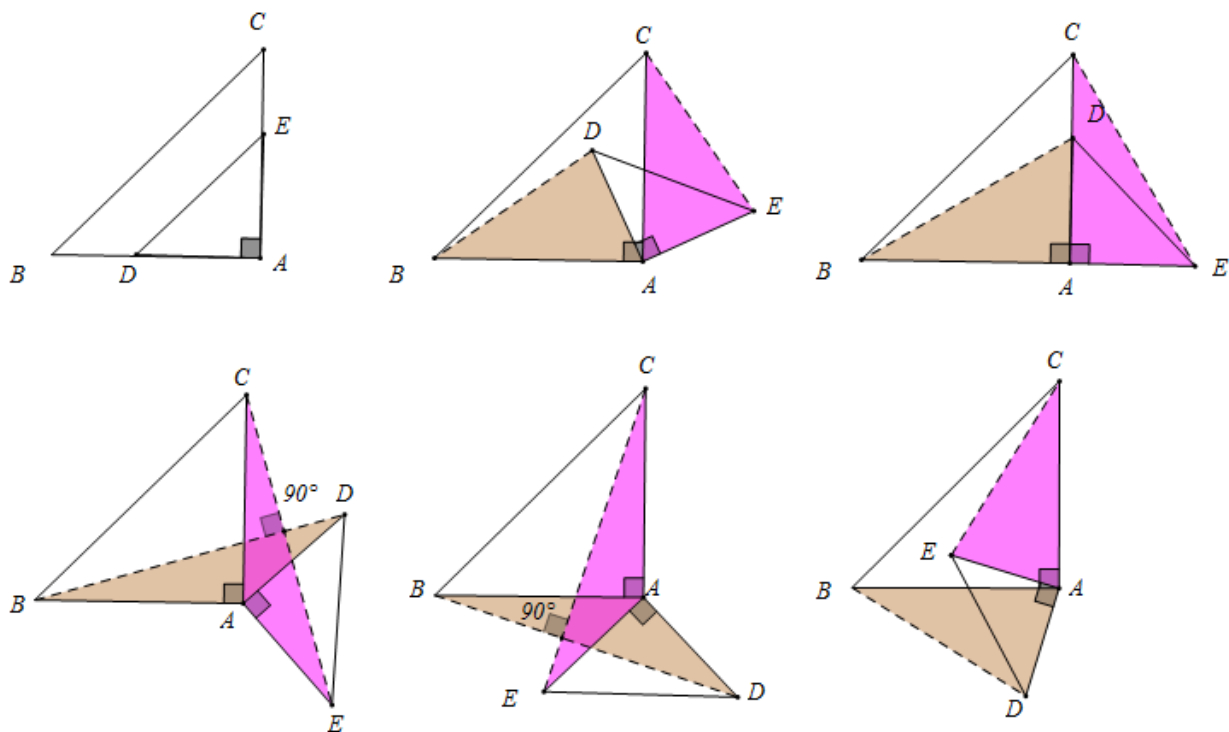
(2) 如图②，试探究 HD, HE, HC 之间的数量关系，并证明。



二、等腰直角三角形手拉手

锦囊妙计

【常见图形】



$\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形，

由A点引发了两个_____的等腰直角三角形，大手_____, 小手_____,
大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

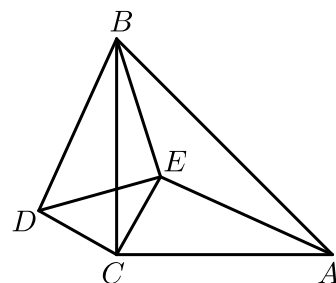
结论：无论旋转多少度 1. _____

2. BD 、 CE 所形成的夹角为_____。

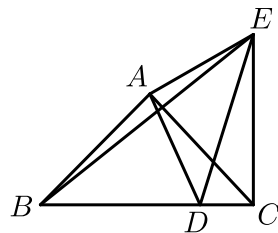
栗子4

9. 如图， $AC = BC$ ， $DC = EC$ ， $\angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$ ，且 $\angle EBD = 42^\circ$ ，则 $\angle AEB =$

_____。

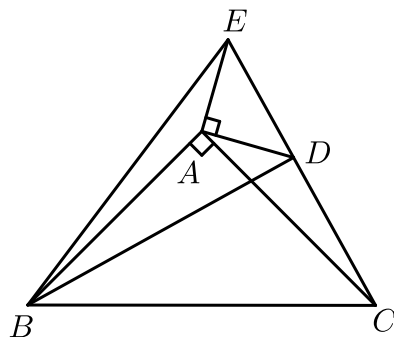


10. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， $S_{\triangle BDE} = 18$ ，则 $BD =$ _____。



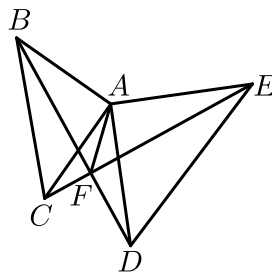
栗子5

11. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ ， $\triangle ADE$ 中， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，点 C ， D ， E 三点在同一条直线上，连接 BD ， BE 。以下四个结论：
 ① $BD = CE$ ；② $\angle ACE + \angle DBC = 45^\circ$ ；③ $BD \perp CE$ ；④ $\angle BAE + \angle DAC = 180^\circ$ 。
 其中结论正确的个数是（ ）。



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

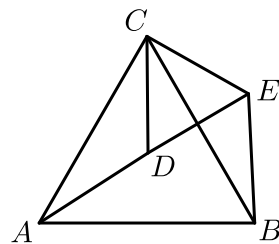
12. 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， BD ， CE 交于点 F ，连接 AF 。下列结论：① $BD = CE$ ；② $BF \perp CF$ ；③ AF 平分 $\angle CAD$ ；④ $\angle AFE = 45^\circ$ 。其中正确结论的个数有（ ）。



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

13. 请回答下列各题：

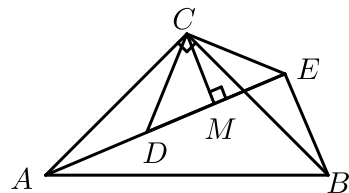
(1) 已知：如图， $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等边三角形，点 A, D, E 在同一直线上，连接 BE 。



① $\angle AEB$ 的度数为 _____ 。

② 线段 AD, BE 之间的数量关系为 _____ 。

(2) 已知：如图， $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰直角三角形， $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ，点 A, D, E 在同一直线上， CM 为 $\triangle DCE$ 中 DE 边上的高，连接 BE 。



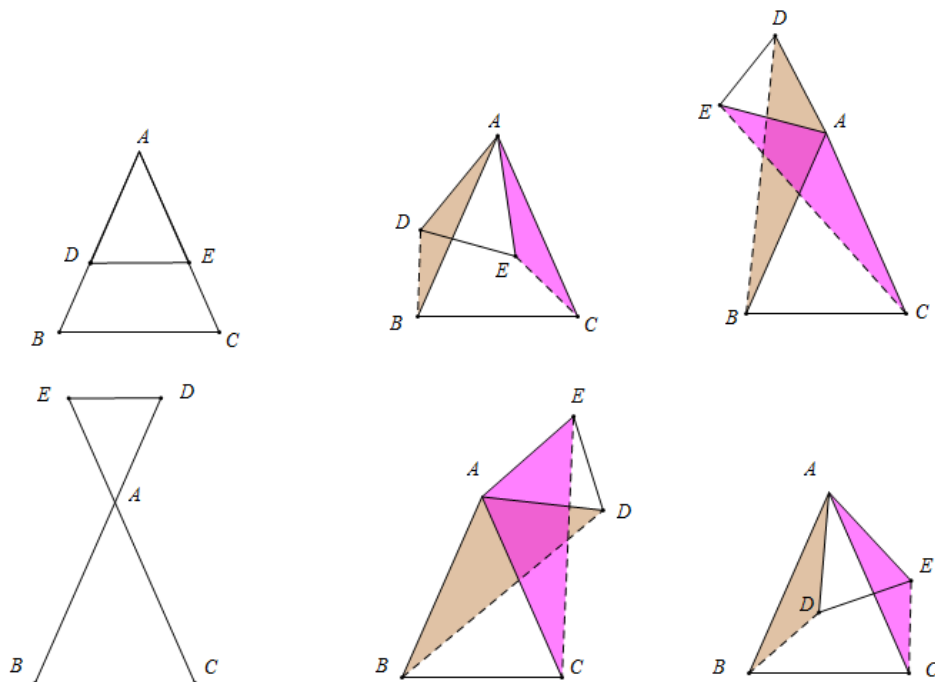
① 求 $\angle AEB$ 的度数。

② 线段 AE, BE, CM 之间有怎样的数量关系？并请你说明理由。

三、任意等腰三角形手拉手

 锦囊妙计

【常见图形】

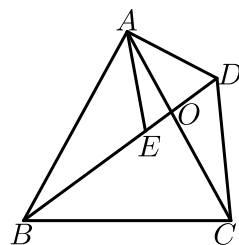


$\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 都是相似的等腰三角形，由A点引发了两个_____的等腰三角形，大手_____, 小手_____, 大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

结论：无论旋转多少度，_____, BD 、 CE 所形成的夹角有一角等于_____。

 栗子7

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点D是 $\triangle ABC$ 外一点，连接 AD ， BD ， CD ，且 BD 交 AC 于点O，在 BD 上取一点E，使得 $AE = AD$ ， $\angle EAD = \angle BAC$ ，若 $\angle ACB = 70^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数为（ ）。



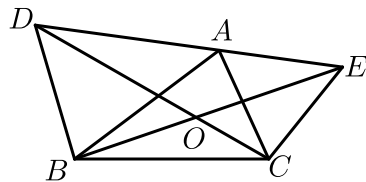
A. 30°

B. 40°

C. 50°

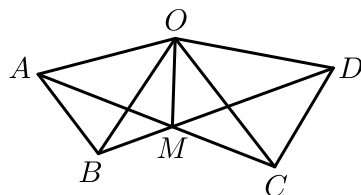
D. 60°

15. 如图, $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle DAB = \angle CAE = 52^\circ$, 则 $\angle BOC = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$.



栗子8

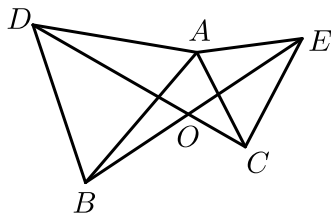
16. 如图, 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中, $OA = OB$, $OC = OD$, $OA < OC$, $\angle AOB = \angle COD = 36^\circ$, 连接 AC 、 BD 交于点 M , 连接 OM , 下列结论:
 ① $\angle AMB = 36^\circ$; ② $AC = BD$; ③ OM 平分 $\angle AOD$; ④ MO 平分 $\angle AMD$, 其中正确的结论个数有 () 个.



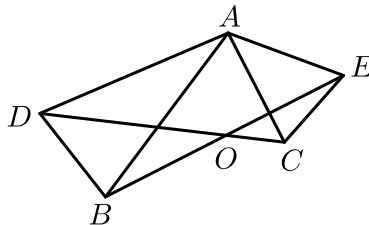
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

栗子9

17. 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中, $AD = AB$, $AC = AE$.
 (1) 如图, 若 $\angle DAB = \angle CAE = 60^\circ$, 求证: $BE = DC$.



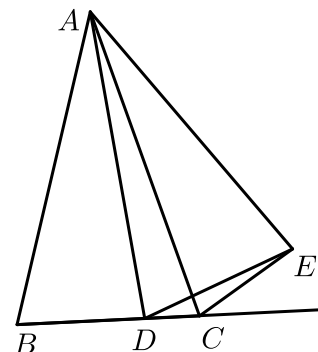
- (2) 如图, 若 $\angle DAB = \angle CAE = n^\circ$, 求 $\angle DOB$ 的度数.



18. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是直线 BC 上的一点, 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AE = AD$, $\angle DAE = \angle BAC$, 连接 CE , 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle DCE = \beta$.

(1) 如图, 点 D 在线段 BC 上移动时, 角 α 和 β 之间的数量关系是: $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$.

证明上面 α 和 β 所满足的关系式.



(2) 如图, 点 D 在线段 BC 的延长线上移动时, 角 α 和 β 之间的数量关系会发生变化吗? 若发生改变请写出新的关系式, 并给出说明.

